

# 微積分【下】期中考試B

系級：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 學號：\_\_\_\_\_ 分數：\_\_\_\_\_

1. 是非題：對的打○, 錯的打X; 每小題4分, 共40分

(a) 若  $\{a_n\}$  為一遞減數列, 則  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$ 。

(b) 若  $\{a_n\}$  為一遞增有下界的 (bounded below) 數列, 則  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  必存在。

(c) 若  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$ , 則級數  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  必發散。

(d) 若級數  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  發散, 則  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$ 。

(e) 級數  $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-e}$  收斂。

(f) 級數  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$  收斂。

(g) 級數  $\sum_{n=5}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$  收斂。

(h) 級數  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + 11}}$  收斂。

(i) 級數  $\sum_{n=8}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n-7}}$  收斂。

(j) 冪級數  $\sum_{n=1}^{\infty} n!x^n$  的收斂半徑為0。

2. 填充題：請將答案寫在空格上，過程則簡略寫在空格之後，每小題 10 分，共 50 分

(a) 級數  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n-1}}{5^n}$  之和為

(b) 級數  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}$  之和為

(c) 級數  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{e^n}$  之和為

(d) 若  $f(x) = x^3 \cos(x^2)$ , 則  $f$  在 0 的第 711 階導數  $f^{(711)}(0)$  為

(e) 級數  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 3^n}{2^{3n} n!}$  之和為

3. 令  $\rho = s^t$ , 且令  $z = \ln(x^2 + y^2)$ 。(每小題10分, 共20分)

(a) 試求  $\frac{s}{t} \frac{\partial \rho}{\partial s} - \frac{1}{\ln s} \frac{\partial \rho}{\partial t}$

(b) 試求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$

4. 試求與曲面  $z = \sqrt{4 - x^2 - 2y^2}$  相切於點  $(1, -1, 1)$  的切面方程式。(10分)