

微積分【下】第二次考試

姓名：_____ 學號：_____ 分數：_____

♣♦♠♥ 注意：請將所有的過程詳細寫出來，共四大題每大題 25 分 ♣♦♠♥

1. 試計算下列無窮級數之和：

$$(a) \sum_{n=0}^{\infty} e^{-2n}$$

$$(b) \sum_{k=4}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{k}} - \frac{1}{\sqrt{k+1}} \right)$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{2^n}$$

2. 試決定下列各無窮級數是否收斂？

$$(a) \sum_{n=3}^{\infty} n \sin \frac{1}{n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[10]{n^7 + 11}}{n^{\frac{2}{5}}}$$

$$(c) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^{0.5}}$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(2n)!}$$

3. 試求下列各冪級數之收斂半徑及收斂區間：

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2} x^n$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x+1)^n}{n \cdot 2^n}$$

4. 考慮函數 $f(x) = x^3 e^{x^2}$:

(a) 根據定義，試求函數 e^x 在 0 點的泰勒級數。

(b) 利用 (a) 部分，試求函數 f 在 0 點的泰勒級數。

(c) 利用 (b) 部分，試求函數 f 在 0 點的第七百一十一階導數 $f^{(711)}(0)$ 。