

微積分 A【上】第一次考試

姓名：_____ 學號：_____ 分數：_____

♣♦♠♥ 注意：請將所有的過程詳細寫出來，每大題 25 分 ♣♦♠♥

1. 試求下列極限之值：

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1})$

(b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{\sqrt{3}} - 1}{x - 1}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x-1)^5 - 2}{x-2}$

(d) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2 \sin(\frac{\pi}{3} + h) - \sqrt{3}}{h}$

2. 考慮函數 $f(x) = \frac{x(1+x)(2+x)(3+x)(4+x)(5+x)(6+x)}{(1-x)(2-x)(3-x)(4-x)(5-x)(6-x)}$ 。

(a) 試利用定義來計算 $f'(0)$ 之值

(b) 試利用微分法則來計算 $f'(0)$ 之值

(c) 若 $g(2x-3) = x^2(3x^2-2x+5)^3$, 試求 $g'(1)$ 之值

3. 令 $f(x) = \frac{1}{x^2}$ 且令 $g(x) = \frac{1+x}{1-x}$ 。

(a) 試求 $f^{(7)}(1)$ 之值

(b) 試求函數圖形 $y = g(x)$ 在點 $(2, -3)$ 之切線方程式

(c) 試求 $g^{(101)}(2)$ 之值

(d) 試利用微分量 (differential) 來估計 $\sqrt[3]{1729}$ 之值

4. (a) 試求與曲線 $y + \cos(xy^2) + 3x^2 = 4$ 在點 $(1, 0)$ 相切的直線方程式。

(b) 令 $f(x) = x^4 + 2x^3$, 試利用第一、二階導數來畫函數 f 之圖形並指出相關之點。