

# 微積分實驗預習測驗 05

姓名：\_\_\_\_\_ 系級：\_\_\_\_\_ 學號：\_\_\_\_\_ 分數：\_\_\_\_\_

繼續看完『從歐拉數鳥瞰微積分』一文 8 至 22 頁，然後完成下列問題

1. 在第八頁所定義的  $e_1$  裡：

(a) 用圖形說明  $e_1$  是怎麼樣的一個數？

(b) 若將區間  $[1, 3]$  分割成 20 等分，其分割點為  $\{x_0=1, x_1=1.1, x_2=1.2, \dots, x_{20}=3\}$ ；

如第八頁最後一段所言，在區間  $[1, 3]$  倒數函數  $y = \frac{1}{x}$  圖形下方所包圍區域的面積大於對應的那 20 個內接長方形面積之和；請用 Mathematica 算出這 20 個內接長方形面積之和。你可以得到怎麼樣的結論呢？

(c) 依樣畫葫蘆，請問你可否估算  $e_1$  不大於 2.8？

2. 在第八頁所定義的  $e_2$  裡：考慮指數函數  $f_a(x) = a^x$ ， $a > 0$

(a) 你能估算明  $e_2$  的大小嗎？

(b) 證明  $f'_a(x) = a^x f'_a(0)$ ；因而我們有  $De_2^x = e_2^x$ 。

3. 證明  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ 。