微積分實驗預習測驗 03

姓名：_____ 系級：_____ 學號：_____ 分數：_____

探討下列四個數列的收斂性：

$$b_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \ln n\,; \qquad c_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + - \cdots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n}\,;$$

$$d_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \cdots + \frac{1}{2n}\,; \qquad u_1 = 1, \quad u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2}\,.$$

1. 利用 Mathematica 分別表列出這四個數列的前 15 個奇數項的近似值

2. 利用 Mathematica 分別表列出這四個數列第 230 項之後 15 項的近似值

3. 那些數列是遞增？那些數列是遞減？那些數列是有界？猜測其收斂性如何？

4. 證明你的猜測是對的並估計其極限的近似值！

5. 你對 $\{c_n\}, \{d_n\}$ 這兩個數列有甚麼猜測？是同一個數列嗎？試證明之！