微積分A下(統計系)預習測驗 #6

姓名:_____ 系級:_____ 學號_____

預習第15章第5節(pp. 967-975), 然後回答下列問題

1. 連鎖法則

   (a) 若 $z = f(x, y)$ 為可微分函數，此處 $x = x(t), y = y(t)$ 兩者都是 t 的可微分函數；則 $z = f(x(t), y(t))$ 為 t 的可微分函數， 且 $\dfrac{dz}{dt} = \boxed{}$ 。

   (b) 若 $z = f(x, y)$ 為可微分函數，此處 $x = x(s, t), y = y(s, t)$ 兩者都是 s, t 的可微分函數；則 $z = f(x(s, t), y(s, t))$ 為 s, t 的可微分函數， 且我們有

   $\dfrac{\partial z}{\partial s} = \boxed{}$, $\dfrac{\partial z}{\partial t} = \boxed{}$ 。

   (c) 若 $z = g(u)$ 與 $u = f(x, y)$ 為可微分函數，則 $z = g(f(x, y))$ 也是可微分函數，且我們有

   $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \boxed{}$, $\dfrac{\partial z}{\partial y} = \boxed{}$ 。

2. 若 $z = g(x - y)$ 為可微分函數，證明 $\dfrac{\partial z}{\partial x} + \dfrac{\partial z}{\partial y} = 0$

3. 若 $z = f(x, y)$ 為可微分函數，此處 $x = x(t), y = y(t)$ 兩者都是 t 的可微分函數且

$$x(3) = 2, \quad x'(3) = 5, \quad y(3) = 7, \quad y'(3) = -4, \quad f_x(2, 7) = 6, \quad f_y(2, 7) = -8\,;$$

   當 $t = 3$ 時, 求 $\dfrac{dz}{dt} = \boxed{}$ 。