

代數學預習測驗 #19

12/04/2013(三)

姓名：_____ 系級：_____ 學號：_____ 分數：

Read Chapter 15A – Ring Homomorphisms (pages 285-288) and answer the following questions.

1. 環同態函數 (ring homomorphism)。

(a) 何謂環同態函數 (ring homomorphism) ?

(b) 何謂環同構函數 (ring isomorphism) ?

(c) 何謂由整數環 \mathbb{Z} 到模 n 之下的整數環 \mathbb{Z}_n 的自然同態函數 (natural homomorphism) ?

2. 完成下列表格：(NA=Not Applicable)

定義域	對應域	函數 ϕ	同態函數?	$\text{Ker}(\phi)$	同構函數?
\mathbb{Z}	\mathbb{Z}_n	$k \mapsto k \bmod n$	是	$n\mathbb{Z}$	否
\mathbb{C}	\mathbb{C}	$a + bi \mapsto a - bi$		$\{0\}$	
$\mathbb{R}[x]$	\mathbb{R}	$f(x) \mapsto f(1)$			
\mathbb{Z}_4	\mathbb{Z}_{10}	$x \bmod 4 \mapsto 5x \bmod 10$			
\mathbb{Z}_{12}	\mathbb{Z}_{30}	$x \bmod 12 \mapsto 5x \bmod 30$	否	NA	NA
\mathbb{Z}_{12}	\mathbb{Z}_{30}	$x \bmod 12 \mapsto 10x \bmod 30$			
\mathbb{Z}_{12}	\mathbb{Z}_{30}	$x \bmod 12 \mapsto 15x \bmod 30$			
\mathbb{Z}_{12}	\mathbb{Z}_{30}	$x \bmod 12 \mapsto 20x \bmod 30$			
\mathbb{Z}_{12}	\mathbb{Z}_{30}	$x \bmod 12 \mapsto 25x \bmod 30$			

3. 令 $\phi : R \rightarrow S$ 為一環同態函數 (ring homomorphism)。

(a) 何謂環同態函數 ϕ 的核 (kernel) $\text{Ker } \phi$?

(b) 請問 $\text{Ker } \phi$ 是一個理想嗎?

(c) 何謂環同態函數基本定理?

(d) 請問一個環的理想會是某個環同態函數的核嗎?