

代數學預習測驗 #14

11/06/2013(三)

姓名：_____ 系級：_____ 學號：_____ 分數：

Read Chapter 10 – Group Homomorphisms (pages 208-212) and answer the following questions.
Suggested Homework Problems (pages 219-223: 8, 24, 32, 40, 48, 56, 61)

1. 何謂群同態函數 (group homomorphism) ? 何謂群同態函數之核 (kernel) ?

2. 令 $\phi : G \rightarrow G'$ 為一群同態函數且令 e, e' 分別是 G, G' 的單位元素。

(a) $\phi(e) =$

(b) 若 $g \in G$ 之週期 $|g|$ 是有限的，請問 $|g|$ 與 $|\phi(g)|$ 之間的關係為何？

(c) 請問 $\ker(\phi)$ 是群 G 的一個子群嗎？ 是模範子群嗎？

(d) 若 $a, b \in G$ ，則 $a \ker(\phi) = b \ker(\phi) \iff$

(e) 若 $\phi(g) = g'$ ，則 $\phi^{-1}(g') =$

3. 令 $\phi : G \rightarrow G'$ 為一群同態函數且令 $H < G$ 。

(a) 請問 $\phi(H) = \{\phi(h) \mid h \in H\}$ 是群 G' 的一個子群嗎？

(b) 若 H 是循環子群，則 $\phi(H)$ 也是循環子群嗎？

(c) 若 H 是阿貝爾群，則 $\phi(H)$ 也是阿貝爾群嗎？

(d) 若 H 是模範子群，則 $\phi(H)$ 也是模範子群嗎？

(e) 若 $H' < G'$ ，則 $\phi^{-1}(H')$ 是群 G 的子群嗎？

(f) 若 $H' \triangleleft G'$ ，則 $\phi^{-1}(H')$ 是群 G 的模範子群嗎？

(g) 請證明 $\ker(\phi) = \{e\} \iff \phi$ 是一對一同態函數。