

代數學預習測驗 #13

11/01/2013(五)

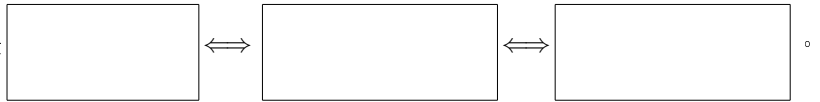
姓名：_____ 系級：_____ 學號：_____ 分數：

Read Chapter 9B – Applications of Factor Groups and Internal Direct Products (pages 193-200) and answer the following questions.

Suggested Homework Problems (pages 200-204: 6, 10, 12, 34, 54, 62, 64)

1. 令 G 為一群且令 $Z(G)$ 為其心 (center)。

(a) 若 $G/Z(G)$ 為一循環群，則 G 是



(b) 上題之反逆敘述為



(c) 元素個數為二相異質數的非阿貝爾群，其心 (center) 包含的元素個數為



2. 內直積 (internal direct product) 之定義及其基本性質

(a) 我們說群 G 是 H 與 K 的內直積 $H \times K$ ，若 H 與 K 滿足下列三個性質：

•



•



•



(b) 若 $G = H \times K$ ，請證明 $G \approx H \oplus K$ 。

(c) 在對稱群 S_3 中，令 $H = \langle (123) \rangle$ 且令 $K = \langle (12) \rangle$ ；請證明 $S_3 = HK$ ， $|H \cap K| = 1$ 。

(d) 請問 S_3 是否為 H 與 K 的內直積？