

# 代數學預習測驗 #12

10/30/2013(三)

姓名：\_\_\_\_\_ 系級：\_\_\_\_\_ 學號：\_\_\_\_\_ 分數：

--

Read Chapter 9 – Normal Subgroups and Factor Groups (pages 185-193) and answer the following questions.

1. 令  $G$  為一群。

(a) 何謂  $G$  的一個模範子群 (normal subgroup) ?

(b) 如何判斷子群  $H < G$  是不是一個模範子群 ?

(c) 若  $H, K < G$ , 則  $HK$  是否為一子群 ? 若是, 請證明之 ; 若否, 請舉反例。

(d) 承上題, 何時  $HK$  成為  $G$  的一個子群呢 ?

(e) 列出所有例題 (pp. 186-187) 中的模範子群。

群	交換群	任意的群 $G$	對稱群 $S_n$	二面體群 $D_n$	矩陣群 $GL(2, \mathbb{R})$
模範子群	任意子群				

2. 令  $G$  為一群且令  $H < G$ 。我們用符號  $G/H$  來表示所有  $H$  的左陪集所成的集合, 意即  $G/H = \{aH \mid a \in G\}$ ; 定義  $aH * bH = (ab)H$ 。

(a) 請問  $*$  是  $G/H$  上的一個二元運算的充要條件是什麼 ?

(b) 當  $*$  是  $G/H$  上的一個二元運算的時候, 是否  $(G/H, *)$  形成一個群 ?

(c) 當  $G$  是一個有限群的時候, 請問商群  $G/H$  有多少個元素 ?