代數學預習測驗 #08

10/11/2013(五)

姓名：_____ 系級：_____ 學號：_____ 分數：

Read Chapter 6 – Isomorphisms (pages 127-134) and answer the following questions.
Suggested Homework Problems (pages 138-142: 5, 8, 24, 28, 35, 36, 39)

1. 何謂群同構 (group isomorphism)？

2. 將例題 1-7 裏面是群同構的一一列出於下面的表格中。

序號	群 G	群 $\overline{G}$	同構函數
1	$(\mathbb{R}, +)$	$(\mathbb{R}^+, \cdot)$	$f(x) = 2^x$
2	無限循環群 $<a>$	$\mathbb{Z}$	
3	有限循環群 $<a>$, $\lvert a\rvert = n$	$\mathbb{Z}_n$	
4			
5			
6			

3. 凱利定理 (Cayley's Theorem)

   (a) 請敘述凱利定理。

   (b) 凱利定理的重要性基於兩個截然不同的理由。這個定理把一個抽象群以具體的方式表示出來，此其一；而這也顯示出以今日如第二章公理化的定義來介紹昔日的排列群乃是正確的抽象化，此其二。誠然，凱利定理告訴了我們抽象群無異於排列群；進一步說，不同處就在所持之觀點。正因爲此種不同的觀點促使群論及 20 世紀許多數學其他的領域有著長足的進展。

4. 群同構函數的性質

   (a) 群同構函數作用在元素上的性質有七，請一一敘述之。

   (b) 群同構函數作用在群上的性質有六，請一一敘述之。